

# Comment juger la rémunération des bons d'Etat par rapport à celle d'autres obligations?



Simple en apparence, le bon d'Etat est un instrument financier dont le calcul du prix connaissant le coupon (ou du coupon connaissant le prix, c'est-à-dire, la rémunération) est assez complexe. On sait que les bons d'Etat de novembre-décembre 1998 ont été émis au pair. Ou leur rémunération se situe-t-elle par rapport à celle d'obligations classiques? Quelques rappels sont sans doute utiles.

**Taux spot.** Le taux spot est le taux d'intérêt d'une opération financière à 2 flux: un flux d'entrée et un flux de sortie. Un bon de capitalisation, un bon d'assurance ou une obligation zéro-coupon sont des opérations à 2 flux. Le taux spot dépend de la durée de l'opération. Lorsqu'il s'agit d'évaluer un flux futur, c'est donc le taux spot correspondant à la date de paiement de ce flux qu'il convient d'utiliser. Le prix d'une obligation couponnée peut donc être regardé comme la somme des évaluations des coupés futur et du remboursement, calculées au taux spot correspondant aux dates de paiement respectives.

**Taux actuariel.** Le prix d'une

obligation peut aussi être regardé comme la somme des évaluations des coupons futurs et du remboursement, calculées à un même taux, quelles que soient les dates de paiement. Par définition, ce taux est le taux actuariel. Exemple: une obligation de coupon 4 est remboursable dans 5 ans. Son prix est 96. Son taux actuariel, qui peut être calculé par des méthodes itératives ou par une calculatrice financière, est égal à 4,92%. Cela signifie que la somme des évaluations des coupons futurs et du remboursement de 100 payable dans 5 ans, calculées en utilisant le même taux de 4,92%, est égal à 96. Le taux actuariel dépend de la maturité de l'obligation (5 ans dans notre exemple).

**Les lacunes du taux actuariel.** Le taux actuariel n'est pas un véritable taux de rendement: notre investisseur ne réalisera effectivement un rendement de 4,92% que moyennant le réinvestissement de ses coupons à des conditions bien précises jusqu'à la maturité, notamment au taux de 4,92% lui-même. De plus, 2 obligations de même maturité, mais de coupon différent, n'ont pas le même taux actuariel. Dans notre exemple, si le coupon est de 8 au lieu de 4, le taux actuariel est de 4,85% au lieu de 4,92%. En définitive, le taux ac-

tuariel n'est qu'une sorte de moyenne complexe, il ne représente pas un véritable taux de rendement et il n'est pas une fonction univoque de la maturité.

**Calcul des taux spot.** Au contraire du taux actuariel, le taux spot a un contenu financier déterminé de toute ambiguïté mais son calcul n'est pas simple. On expose le prix (connu) des N obligations d'un portefeuille en fonction des taux spot (inconnus) correspondant aux dates de paiement.

L'ÉCHO  
7 DECEMBRE 1998

On obtient un système de N équations à autant d'inconnues que le portefeuille comporte de dates de paiement. Le nombre d'inconnues est donc supérieur à N. Un tel système admet une infinité de solutions. Autrement dit, il existe une infinité de gammes de taux spot qui permettent de reconstituer exactement les prix. En pratique toutefois, l'opérateur est limité dans son choix par la nécessité de présenter une courbe des taux qui soit acceptable. Certains opérateurs utilisent d'autres méthodes, parfois élémentaires, mais qui ne reconstituent pas exactement les prix.

**Taux spot au 25 novembre 1998.** Nous examinerons la rému-

Maturité	Méthode naïve		Méthode élaborée	
	Taux actu	Taux spot	Taux spot	Coupon
1	3,36%	3,36%	3,36%	3,36
2	3,45%	3,46%	3,46%	3,46
3	3,54%	3,54%	3,55%	3,54
4	3,76%	3,78%	3,64%	3,64
5	3,87%	3,89%	3,80%	3,78
6	4,00%	4,03%	3,91%	3,88
7	4,13%	4,18%	4,07%	4,02

TABLEAU 1

nération des bons d'Etat de novembre-décembre 1998 sur une base du marché des OLO du 25 novembre 1998. Deux méthodes sont retenues pour le calcul des taux spot.

**1. Méthode naïve.** Cette méthode, qui s'appuie sur des hypothèses très (trop?) simplificatrices, est utilisée par certains opérateurs et est la seule retenue dans l'actuel projet d'arrêté royal réglementant l'assurance-vie. Le taux spot aux maturités entières est déduit des taux actuariels aux maturités entières inférieures ou égales, pour des obligations supposées cotées au pair. Le taux actuariel pour chaque maturité entière est obtenue par interpolation linéaire des taux actuariels des deux OLO dont les maturités sont les plus proches de la maturité entière considérée, celle-ci étant comprise entre les maturités de ces obligations. On obtient les résultats de la partie gauche du tableau 1.

**2. Méthode élaborée.** Cette méthode récemment publiée\* constitue exactement les prix des obligations observées et conduit à une valeur précise des taux spot aux maturités observées. Les valeurs aux maturités entières sont déduites par interpolation ou par régression. On obtient les résultats de la partie droite du tableau 1. On rappelle que la méthode élaborée ne fait pas appel aux taux actuariels et on note que les écarts entre les deux méthodes peuvent dépasser 10 points de base. Le tableau 1 fournit également la valeur du coupon d'une obligation émise au pair, selon la maturité (dans la méthode naïve, le taux coupon est égal au taux actuariel). Seule la méthode élaborée est retenue dans la suite de l'article.

**Bon d'Etat 5/7**

a) L'investisseur qui envisage une durée de 5 ans a le choix suivant:

— Obligation ordinaire: 5 coupons de 3,78%.

— Bon d'Etat: 5 coupons de 3,75% avec la possibilité d'obtenir en Bourse le remboursement au-dessus du pair si le taux des obligations à 2 ans est inférieur à 3,75%. Cette option doit être logiquement compensée par une rémunération moindre. Cette rémunération semble plutôt générale: 5 x 3,75% avec option contre 5 x 3,78% sans option. Exemple: si, dans 5 ans, les taux spot à 1 et 2 ans sont les mêmes qu'aujourd'hui, le bon d'Etat cotera 100,56. Le coupon qui en résulte est de 3,67% au lieu de 3,75%.

b) L'investisseur qui envisage une durée de 7 ans a le choix suivant:

— Obligation ordinaire: 7 coupons de 4,02%.

— Cette obligation équivaut à l'obligation «step up»: 5 coupons de 3,75% et 2 coupons de 4,82%.

— Bon d'Etat: 7 coupons de 3,75% avec l'option de remboursement au pair au bout de 5 ans. Cette option sera exercée si le taux des obligations à 2 ans est supérieur à 3,75%, en vue d'un réinvestissement à 2 ans à des conditions plus favorables. La rémunération, prélevée sur les 2 dernières années, est de 2 x 3,75% avec option contre 2 x 4,82% sans option. Elle se justifie si la valeur attendue pour le taux spot à 2

ans dans 5 ans est de l'ordre de 4,80%. La valeur de ce taux, anticipée par le marché sur une base des taux spot, est de 4,74%.

**Bon d'Etat 3/5/7.** Le tableau 2 compare sa rémunération à celle d'emprunts sans option.

— La Rémunération de l'emprunt à 3 ans semble à nouveau plutôt généreuse: 3 x 3,50% avec option (remboursement au-dessus du pair) contre 3 x 3,54% sans option.

— Pour l'emprunt à 5 ans la rémunération, prélevée sur les 2 dernières années, est de 2 x 3,70% minimum avec options (remboursement au pair dans 3 ans et remboursement au-dessus du pair dans 5 ans) contre 2 x 4,24% sans option.

— Pour l'emprunt à 7 ans la rémunération, prélevée sur les 4 dernières années, est de 2 x 3,70% minimum + 2 x 4% minimum avec option (remboursement au pair au bout de 3 et 5 ans) contre 2 x 4,24% + 2 x 4,74% sans option.

Quant à la rémunération exacte de tels emprunts, elle ne peut être évaluée que sur une base de techniques qui sortent du cadre du présent article.

CHRISTIAN JAUMAIN  
ACTUAIRE

(\*) Jaumain C. «Extraction des taux spot d'un marché obligataire. Application au marché des OAT», Banque et marchés, n° 37, Paris, novembre-décembre 1998.

TABLEAU 2

Durée	TABLEAU 2		
	3 ans	5 ans	7 ans
Obligation ordinaire	3 x 3,54	5 x 3,78	7 x 4,02
Step-up équivalente	—	3 x 3,50 + 2 x 4,24	3 x 3,50 + 2 x 4,74
Bon d'Etat	3 x 3,50	3 x 3,50 + 2 x 3,70 +	3 x 3,50 + 2 x 3,70 + 2 x 4,00 +
Options	100 +	100	100
— dans 3 ans	100 +		
— dans 5 ans			